

THEME 1 - LE CONSOMMATEUR

Connaissances fondamentales :

Préférences, utilité, contrainte budgétaire, décision de consommation, effets de revenu et de substitution, courbe de demande individuelle, offre de travail et comportement d'épargne.

Plan du thème :

- I. Principaux outils et concepts
- II. Équilibre du consommateur
- III. La demande individuelle
- IV. Situations de la demande sur les marchés spécifiques
- V. Les nouvelles théories du consommateur

I. PRINCIPAUX OUTILS ET CONCEPTS

En Économie, un consommateur est l'agent économique (personne physique ou personne morale) qui choisit, utilise et consomme un bien et/ou un service.

Les économistes néo-classiques sont à l'origine de la **théorie du consommateur** qui a pour objet de modéliser leur comportement.

- Dans cette théorie, les individus sont rationnels et ils ont pour objectif de maximiser leur bien-être et leur satisfaction (**J. Bentham, 1789**).
- C'est le concept de **l'homo oeconomicus** et ce sont aussi des éléments que l'on retrouve dans le courant de **l'utilitarisme** en philosophie.

A) L'UTILITÉ

L'utilité d'un bien est sa capacité à procurer de la satisfaction au consommateur. En d'autres termes, le bien est utile au consommateur lorsqu'il lui donne un certain niveau de satisfaction. L'utilité est la satisfaction procurée par la consommation d'un bien.

L'utilité a d'abord été considérée comme mesurable par l'individu : c'est le concept de **l'utilité cardinale** (**Stanley Jevons 1835-1882, Carl Menger 1840-1921, Léon Walras 1834-1910**). Un nombre cardinal est un nombre qui caractérise la quantité d'éléments d'un ensemble, par opposition à nombre ordinal qui caractérise un rang dans une liste. Avec l'utilité cardinale, on va attribuer une valeur (un nombre) correspondant à l'utilité du bien. Selon ce concept, le consommateur peut chiffrer l'utilité que lui procure un bien (ou un panier de biens), le comparer par rapport à d'autres biens (ou d'autres paniers).

L'utilité totale d'un bien mesure la satisfaction totale que ce bien procure au consommateur.

On notera UT , l'utilité totale. Le niveau de UT dépendra de la quantité du bien X . Mathématiquement, cela signifie que UT est fonction de X , soit $UT=UT(X)$. S'il y a deux biens X et Y , on aura $UT=UT(X,Y)$

L'**unité marginale** correspond à la satisfaction procurée par une unité additionnelle d'un bien. En d'autres termes c'est l'utilité retirée par la dernière unité consommée. On va donc étudier l'impact sur l'utilité totale de cette quantité supplémentaire consommée. On dit qu'on mesure l'évolution de l'utilité totale « à la marge », c'est-à-dire pour une seule unité supplémentaire consommée (ou une quantité très petite ou « infinitésimale »).

On notera Um , l'utilité marginale. Celle-ci est également fonction de X , on notera $Um = Um(X)$

L'utilité marginale a particulièrement été étudiée par l'économiste allemand Hermann **Heinrich Gossen** (1810-1858). Il a développé plusieurs « **lois de Gossen** » sur ce thème.

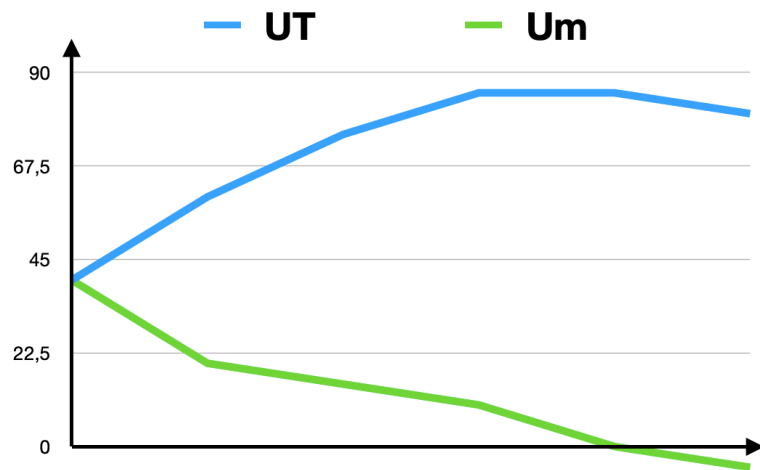
La première loi de Gossen (1854) va montrer que l'utilité marginale est décroissante lorsque les quantités consommées augmentent. Pour Gossen, la satisfaction procurée par la consommation d'une quantité supplémentaire est de moins en moins forte car l'intensité du besoin éprouvé diminue au fur et à mesure. En d'autres termes, à chaque unité supplémentaire consommée, le plaisir diminue. On peut prendre comme exemple la consommation d'un verre de jus de fruit : la satisfaction procurée par le deuxième verre sera moindre par rapport à celle procurée par le premier, et ainsi de suite. Cela ne signifie pas que l'utilité totale n'augmente pas mais son augmentation se ralentit. Cette loi de Gossen est aussi appelée loi de « **l'intensité décroissante des besoins** » ou encore de « **loi de satiabilité des besoins** ». L'individu étant rationnel, il ne consommera plus après satiété.

Quantité consommée	1	2	3	4	5	6
Utilité totale	40	60	75	85	85	80

A partir du tableau ci-dessous il est possible d'établir les valeurs de l'utilité marginale pour chaque unité consommée.

Quantité consommée	1	2	3	4	5	6
Utilité totale	40	60	75	85	85	80
Utilité marginale	40	20	15	10	0	-5

Graphiquement, les courbes présenteront les allures ci-dessous.



On constate bien que la courbe de l'utilité totale est croissante et celle de l'utilité marginale est décroissante, conformément à la loi de Gossen.

Lorsque l'utilité totale atteint son maximum, le consommateur est au **point de saturation** : c'est le **point de satiété**, l'utilité marginale y est nulle ($Um=0$). L'individu rationnel cessera de consommer le bien. Au-delà, l'utilité totale diminuera, la consommation causant un désagrément (et l'utilité marginale est négative). L'individu étant rationnel, cette situation ne devrait pas arriver et on prendra donc pour hypothèse que l'utilité marginale est décroissante mais n'arrivera pas au point d'être négative (donc toujours positive). On peut ainsi faire ces constats sur le graphique présenté antérieurement.

L'utilité totale correspond à la somme des utilités marginales. S'il y a n quantités consommées aura donc la formule suivante : $UT = Um_1 + Um_2 + Um_3 + \dots + Um_n$

Il existe des **biens parfaitement divisibles et imparfaitement divisibles**. Pour ces derniers, il n'est pas possible de mesurer une variation infiniment petite car le bien ne se divise pas. Par exemple, on ne pourra pas augmenter la quantité d'ordinateurs consommée de $\frac{1}{2}$ (0,5 ordinateur) car l'ordinateur n'est consommé qu'en son entier. On augmentera seulement d'une unité complète pour calculer l'utilité marginale. Dans ce cas de figure, l'utilité marginale correspond à la variation de l'utilité totale en fonction de cette quantité supplémentaire, soit

$$Um(X) = \Delta UT / \Delta X$$

Par exemple, dans le tableau ci-dessus $Um(3) = \frac{\Delta UT}{\Delta X}$.

On regarde alors les valeurs de $UT(x)$ pour 3 et pour 2 (pour connaître l'évolution à la marge).

$$Or \Delta U = U(3) - U(2) = 75 - 60 = 15 \text{ et } \Delta X = 3 - 2 = 1$$

$$Donc Um(3) = 15/1 = 15.$$

L'inconvénient des biens imparfaitement divisibles est que l'augmentation « à la marge » n'est qu'approximative. Le calcul de l'utilité marginale sera précis s'il est possible de prendre une augmentation d'une quantité infiniment petite.

Pour les biens parfaitement divisibles, il est possible d'étudier des variations de quantité infiniment petite (on dit « **infinitésimale** »). En mathématiques, il est alors possible d'utiliser la fonction dérivée de $UT(X)$ qui sera notée $UT'(X)$. En effet, la fonction dérivée $UT'(X)$ représente les variations de la fonction $UT(X)$ pour des quantités infinitésimales. Or l'utilité marginale d'un bien X correspond à la variation de l'utilité totale en fonction d'une quantité supplémentaire de bien consommé. C'est donc la même chose que la fonction dérivée.

Donc $Um(x) = UT'(x) = \frac{dUT}{dx}$

Par exemple, si $UT(x) = 50\sqrt{x}$ on a alors $Um(x) = UT'(x) = \frac{25}{\sqrt{x}}$

Car en mathématiques, on sait que si $f(x) = \sqrt{x}$ alors $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Si $f(x) = 50\sqrt{x}$ donc $f'(x) = 50 * \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{50}{2\sqrt{x}} = \frac{25}{\sqrt{x}}$

Donc si $x = 3$ alors $Um(x) = UT'(x) = \frac{25}{\sqrt{3}} = 14,4$

Dans ces différents concepts relatifs à l'utilité, le consommateur est rationnel et cherche à maximiser sa satisfaction donc son utilité. Il fera toutefois face à différentes situations :

- L'abondance du bien : aucun coût, aucune contrainte n'empêche le consommateur de consommer toujours plus de quantité du bien. Dans ce cas, le consommateur rationnel optimisera sa consommation jusqu'au point de satiété (utilité totale maximum et utilité marginale nulle). Ici le choix optimal est effectué lorsque $Um = 0$.
- La rareté du bien : l'individu va être amené à choisir entre des possibilités de consommation différentes, comme par exemple consommer d'autres biens. Dans cette situation, le consommateur ne consommera pas un bien jusqu'au point de satiété. C'est ainsi qu'entre en jeu la notion de **coût d'opportunité** : chaque décision est guidée par un arbitrage entre les bénéfices et les coûts. Le coût d'opportunité est la satisfaction à laquelle on renonce pour obtenir quelque chose d'autre. C'est par exemple le nombre de bien Y auquel on renonce pour consommer des biens X . En d'autres termes, c'est la satisfaction à laquelle on renonce. Ainsi, à supposer un budget illimité, tant que l'utilité marginale d'un bien (UmX) est supérieure à celle de l'autre (UmY), le consommateur augmentera son utilité totale en choisissant ce bien(X). Il procédera ainsi jusqu'à ce que l'utilité marginale (fonction décroissante) du bien X baisse au niveau de celle de Y . Dans

l'idéal, il consommera jusqu'à ce que Um_X et Um_Y soient nulles puisque le budget est illimité. Donc $Um_X=0$ et $Um_Y=0$, c'est-à-dire jusqu'à ce que $Um_X = Um_Y$ (c'est l'équilibre).

Cela est valable lorsque les biens s'échangent contre d'autres biens (troc). Dans la majorité des cas, les biens s'échangent contre de la monnaie. **Avec un budget donné**, le consommateur doit alors répartir sa consommation entre les biens X et Y. Il n'échange pas X contre Y mais chaque consommation de X et de Y correspond à une valeur monétaire mobilisée. L'utilité marginale ne correspond pas à une quantité supplémentaire de X ou Y mais à un euro supplémentaire en bien X ou Y. Si on reprend le raisonnement précédent, l'équilibre sera atteint lorsque l'utilité marginale d'un euro dépensé pour X est égale à celle pour un bien Y. La seule différence est qu'il faudra ici prendre en compte le prix unitaire de X et celui de Y.

L'équilibre est atteint lorsque $\frac{Um_X}{P_X} = \frac{um_Y}{P_Y}$: c'est **la loi d'égalisation des unités marginales pondérées par le prix (ou deuxième loi de Gossen)**.

Une difficulté a pu être constatée par rapport à la théorie de l'utilité : le décalage possible entre la valeur utilité et la valeur réelle du bien (valeur sur le marché ou valeur marchande). On utilise souvent le **paradoxe de l'eau et du diamant** pour illustrer cette difficulté qui a soulevé de vives controverses sur le concept de l'utilité cardinale : l'eau est vitale, son utilité est élevée mais sa valeur marchande n'est (pour le moment) pas élevée. A l'inverse les diamants sont moins vitaux mais leur valeur marchande est très élevée. **Adam Smith** (*Recherches sur la nature et les causes de la richesse des nations*, 1776) disait : « *il n'y a rien de plus utile que l'eau, mais elle ne peut presque rien acheter ; à peine y a-t-il moyen de rien avoir en échange. Un diamant, au contraire, n'a presque aucune valeur quant à l'usage, mais on trouvera fréquemment à l'échanger contre une très grande quantité d'autres marchandises* ».

En réalité, c'est le concept de **rareté** qui permettra de comprendre. L'eau étant (encore) abondante, la satisfaction procurée par une quantité supplémentaire consommée n'est pas élevée. Son utilité marginale est faible et décroît rapidement. Le diamant est rare et le consommateur peut être disposé à un sacrifice élevé pour en obtenir et de plus en plus. Son utilité marginale est élevée et décroît beaucoup moins vite. Ce faisant, on réconcilie l'utilité marginale avec la valeur marchande.

L'approche cardinale de l'utilité peut s'avérer cependant compliquée à mettre en œuvre car il est difficile de chiffrer de manière précise et objective le niveau de l'utilité. Cela est encore plus difficile lorsqu'il s'agira de comparer l'utilité d'un bien entre plusieurs individus. Enfin, ce n'est pas le niveau de l'utilité qui était important dans l'analyse mais la possibilité de classer les biens ou paniers de biens entre eux, c'est-à-dire de présenter un ordre de préférence.

B) LES PREFERENCES

C'est ainsi que d'autres auteurs (notamment **V. Pareto, 1848-1923**) ont développé le concept d'**utilité ordinale** (**Pareto, 1906**). Ici, le consommateur n'a pas à évaluer quantitativement ses niveaux d'utilité mais il est amené à classer les biens ou paniers de biens en fonction de ses préférences. En d'autres termes, au lieu de s'attarder sur un niveau d'utilité, c'est l'ordre de préférence qui compte.

On comprendra que lorsqu'on parle de préférence, il y forcément présence de différents biens, X et Y par exemple.

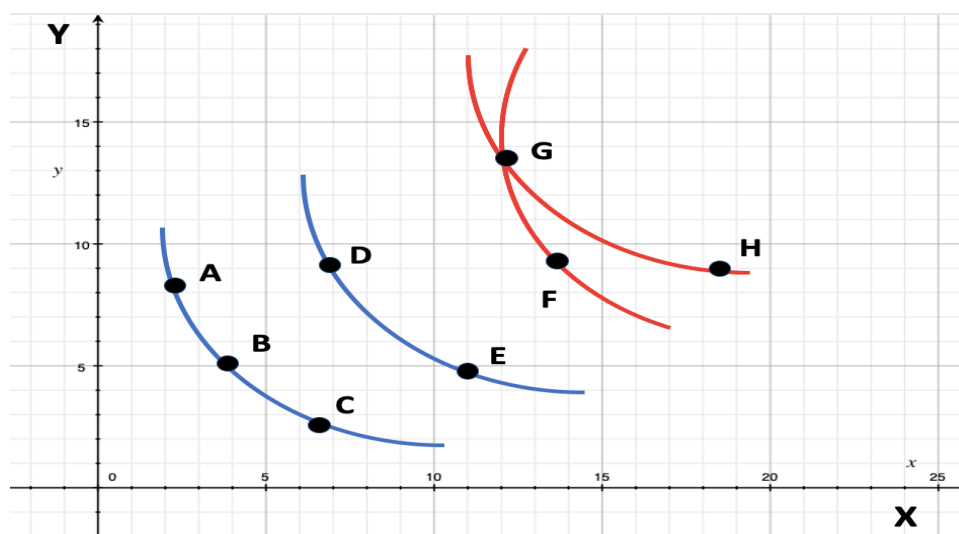
*Le consommateur est ainsi amené comparer des **paniers** (panier A, panier B, panier C...), lesquels correspondent à des combinaisons de quantité de biens (X,Y...).*

Ainsi, on notera par exemple B(2,3) le panier B composé de 2 unités du bien X et 3 unités du bien Y.

Plusieurs hypothèses (on dit parfois **axiomes**) sont liées à ce concept de préférence :

- Le consommateur est capable de faire des choix et peut classer ses préférences (« complétude ») : il préfère A par rapport à B ($A > B$), il préfère à l'inverse B par rapport à A ($B > A$) ou il est indifférent entre les deux ($A = B$).
- Les choix du consommateur sont transitifs (« transitivité ») : si $A > B$ et $B > C$ alors $A > C$.
- Le consommateur n'est jamais saturé par la consommation d'un bien (« non satiété »).
- Le consommateur préfère un panier de biens que la consommation exclusive d'un bien (« convexité »).

La hiérarchie des satisfactions entre biens ou paniers de biens se matérialise graphiquement par les **courbes d'indifférence**. C'est une représentation graphique des combinaisons (paniers) de biens qui procurent une satisfaction similaire donc un niveau d'utilité équivalent.



Sur ce graphique, on constate que A,B,C,D,E,F,G et H sont des combinaisons (ou paniers) de biens X et Y. Par exemple, A correspond à 2 biens X et 8 biens Y. On peut noter aussi A(2,8).

Sur la même courbe, en partant vers la droite, on peut voir qu'il y a plus de X mais de moins en moins de Y et inversement vers la gauche (plus de Y et moins de X).

Les courbes d'indifférence représentent les paniers pour lesquels l'utilité est la même. Ainsi, les paniers D et E présentent la même utilité pour le consommateur ($D=E$ et $A=B=C$).

Les courbes les plus à droites correspondent à des niveaux d'utilité plus élevés. Ainsi les paniers A,B et C ont une utilité moindre que les paniers D et E. Les premiers sont sur une courbe d'indifférence placée plus à gauche ($D > A$).

De ce qui précède, il apparaît que la situation des deux courbes d'indifférence qui se croisent (en rouge) est impossible car cela signifierait que F,G et H ont la même utilité, alors que la courbe de H est à droite de celle de F ce qui signifie que l'utilité de H est supérieur à F.

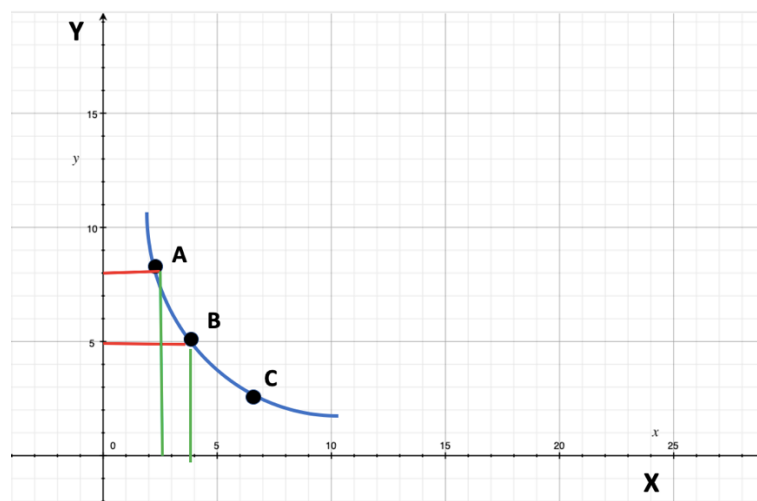
L'ensemble des courbes d'indifférence est unique à chaque individu : c'est la **carte d'indifférence**.

L'analyse des courbes d'indifférence fait ressortir **plusieurs propriétés** :

- Nous avons précédemment observé que les courbes d'indifférence ne peuvent se croiser car cela aboutirait à un non-sens mathématique.
- Les courbes d'indifférence sont décroissantes. Prenons le raisonnement par l'inverse. Une courbe croissante signifierait que l'on peut augmenter X et Y simultanément et le niveau d'utilité totale serait identique. Or nous avons vu que l'utilité marginale est décroissante et que le consommateur arrête de consommer le bien avant qu'elle ne devienne négative puisqu'il est rationnel et qu'une utilité marginale négative correspond à un désagrément synonyme de baisse de l'utilité totale. Ainsi, pour éviter cette baisse de l'utilité totale (et pour éviter une utilité marginale négative) le consommateur arrête de consommer le bien concerné. Or en se contentant uniquement de baisser un bien consommé, l'utilité totale diminue. Elle ne peut être maintenue à un niveau constant que si la consommation de l'autre bien prend le relais et augmente en parallèle. Si X diminue, Y doit augmenter et inversement. Or lorsque les variables évoluent dans le sens inverse, c'est que la courbe est forcément négative. Plus simplement, si sur une même courbe d'indifférence on pouvait à la fois augmenter X et Y (courbe croissante), on suppose qu'en se déplaçant vers la droite l'individu augmente sa satisfaction puisqu'il se procure encore plus des deux biens. Or sur une même courbe d'indifférence la

satisfaction doit être la même. Donc l'hypothèse de courbe d'indifférence croissante serait un non-sens.

- Les courbes d'indifférence sont convexes. Par définition, une courbe convexe n'est pas une droite : sa pente n'est pas constante et elle a tendance à se réduire progressivement en allant vers la droite. Sur une droite, les variations de X et celles de Y sont toujours les mêmes car la pente est constante. Graphiquement, cela signifie que en se déplaçant sur la droite on augmente (ou diminue) X et Y dans les mêmes proportions. Or, si on augmente la quantité d'un bien, il devient abondant et son utilité marginale baisse. Inversement, si on diminue cette quantité, le bien devient rare et son utilité marginale augmente. Dans ce dernier cas l'utilité totale diminue de plus en plus fortement car l'utilité marginale du bien est déjà et de plus en plus élevée (rappel : utilité totale = somme des utilités marginales).



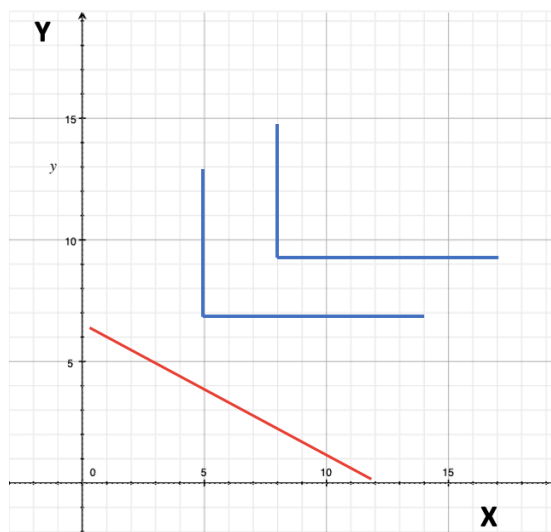
Lorsqu'on se situe à gauche de la courbe d'indifférence (par exemple ci-dessus pour passer de B à A), l'utilité marginale de Y est faible car Y est beaucoup plus consommé et l'utilité marginale de X est élevée car ce bien est peu utilisé. Or sur la même courbe il faut conserver une utilité constante.

En passant de B à A on va diminuer X (qui est déjà faible donc utilité marginale élevée) pour augmenter Y (déjà élevé donc utilité marginale faible). Une faible diminution de X (déjà rare) correspond tout de même à une utilité totale qui diminue fortement (car l'utilité marginale de X est élevée). Dans la mesure où l'utilité marginale de Y est faible (car Y est déjà élevé) il faudra que l'augmentation des quantités de Y soit plus que proportionnelle pour compenser et maintenir un même niveau d'utilité totale. En d'autres termes, les deux variables ne peuvent pas évoluer de manière strictement proportionnelle comme sur une droite car sinon le niveau d'utilité ne serait pas constant.

De manière beaucoup plus simple, la droite décroissante touchera les axes du graphique à un certain moment, ce qui signifie que le consommateur choisira un panier composé totalement d'un seul bien. Or cette hypothèse a été écartée pour cette théorie (cf. ci-dessus les axiomes).

Attention : de manière théorique on pourrait imaginer des biens parfaitement substituables et dans ce cas, les courbes d'indifférence deviennent des droites. Mais cela ne se constate presque jamais dans la réalité, les produits ne sont jamais identiques (cf. droite rouge ci-dessous). De pls

Lorsque des biens sont dits complémentaires, la courbe est à la fois verticale et horizontale. Ainsi la consommation supplémentaire d'un bien n'a pas d'incidence sur la satisfaction tant que l'autre bien reste identique (exemple des chaussures, une chaussure gauche en plus sans la droite ne procure aucune satisfaction). Seule l'augmentation simultanée augmentera la satisfaction. Cela est matérialisé par les courbes bleues.

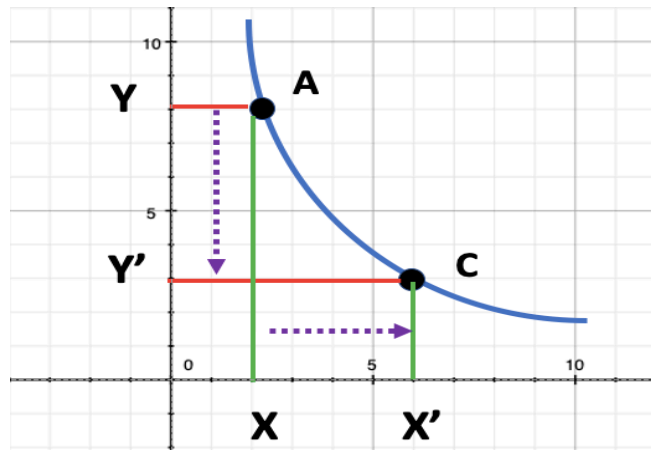


C) LE TAUX MARGINAL DE SUBSTITUTION

Nous avons vu que les courbes d'indifférence sont décroissantes et convexes. L'une des significations est que, pour conserver une utilité totale constante (et une utilité marginale toujours positive) car on reste sur la même courbe, il convient de diminuer X lorsque Y augmente et inversement. Les variables évoluent dans le sens inverse. Cela signifie que l'on peut réaliser **une substitution** entre les biens X et Y, le consommateur y étant indifférent dans la mesure où l'utilité procurée est la même.

La convexité montre que les variations de X et Y ne sont pas constantes lorsqu'on se déplace le long de la même courbe, cela en raison des niveaux différents d'utilité marginale par rapport à la rareté ou l'abondance du bien.

Ainsi la forme des courbes d'indifférence est l'illustration des rythmes différents d'échange entre les biens X et Y. Certains auteurs parlent de taux d'échange. Ces rythmes correspondent au concept de **taux de substitution**.



Ainsi lorsqu'on passe du panier A au panier C, le consommateur choisit d'augmenter le nombre de biens X. On constate que pour conserver une même utilité totale, le nombre de biens Y a diminué. En d'autres termes, pour consommer plus de X, le consommateur diminue Y.

Nous avons déjà constaté que la diminution du bien Y et l'augmentation du bien X ne se font pas de manière proportionnelle.

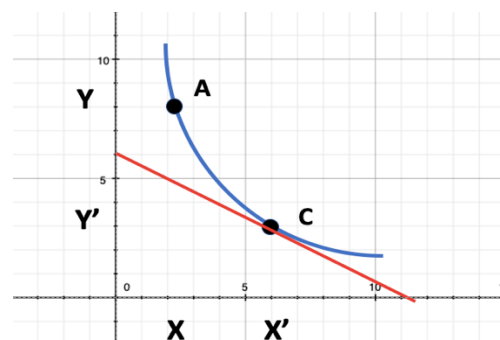
Le taux de substitution correspond au rythme d'échange entre X et Y. C'est le taux auquel le consommateur est prêt à substituer X par rapport à Y.

Par exemple, entre le point A et C, on peut calculer ce taux de la manière suivante : $(Y - Y') / (X' - X)$ soit $\frac{\Delta Y}{\Delta X}$

Ce calcul rappelle celui de la pente d'une droite passant par A et C, laquelle est toujours de la même valeur car la pente est identique en chaque point de la droite. Ainsi pour une droite, le rapport $\Delta Y / \Delta X$ est constant.

Calculer la pente d'une droite qui illustre une relation entre X et Y revient à étudier le rythme (ou la vitesse) de variation entre X et Y, c'est-à-dire comment varie Y par rapport à une variation donnée de X.

Lorsqu'il s'agit d'une courbe, comme c'est le cas pour l'indifférence, la pente n'est jamais la même et doit être calculée à chaque point.



Sur le graphique ci-dessus, si on veut connaître la pente de la courbe au point A ou C, on trace les tangentes à la courbe sur ces points. Ainsi, la pente de ces tangentes n'est pas la même en A et en C.

Mathématiquement, cela revient à calculer la dérivée de la courbe car la dérivée est la pente de la droite tangente en ces points (A et C).

La tangente d'une courbe à un point donné est donc la dérivée de Y par rapport à X soit $\frac{dY}{dX}$. Pour rappel, la dérivée mesure la variation d'un élément (ici Y) par rapport à une quantité infiniment petite d'un autre élément (ici X). Mathématiquement on dit lorsque « X tend vers 0 ».

Le TMS sur un point donné d'une courbe correspond donc graphiquement à la dérivée de la courbe d'indifférence en ce point.

Résumé :

- TMS sur une droite = $\frac{\Delta Y}{\Delta X}$
- TMS sur une courbe = $\frac{dY}{dX}$

Le **taux marginal de substitution** (TMS) est la quantité de bien que l'on est prêt à renoncer pour obtenir une quantité supplémentaire d'un autre bien, tout en gardant un niveau d'utilité totale constante.

Le TMS entre X et Y (noté TMS_{xy} ou TMS_{y/x} ou TMS_{x,y}) mesure la quantité consommée de bien Y pour compenser une variation de la quantité de X tout en restant sur la même courbe d'indifférence (utilité totale constante).

Sur une droite, le TMS correspond à la pente de cette droite et il est le même en tout point.

Sur une courbe d'indifférence, **le TMS varie en chaque point.**

Sur une courbe d'indifférence, les variables X et Y évoluent en sens inverse (la courbe d'indifférence est donc décroissante) : la pente de cette courbe en tout point sera toujours décroissante donc négative : **le TMS est donc aussi toujours négatif**. On a déjà en effet constaté que moins le consommateur dispose de bien Y, plus il exigera de biens X en cas de baisse de Y, pour garder le même niveau d'utilité.

Il faut noter que **par convention** uniquement, comme l'indique J. Genereux dans son ouvrage de microéconomie, les économistes utilisent toujours une valeur positive pour exprimer le TMS. En effet, bien que mathématiquement un TMS soit égal à -2, ils diront par convention que le taux d'échange (TMS) entre deux biens est de 2. Ainsi bien que le résultat soit

mathématiquement faux, on place par convention un signe négatif devant la formule du TMS qui devient la suivante pour une courbe : **TMS_{xy} = (-) $\frac{dY}{dX}$**

« TMS_{xy} » correspond à la substitution (= remplacement) par x de y = on renonce à Y pour X (la même chose est parfois notée TMS_{y/x} ou TMS_{x,y})

D'autres auteurs utilisent la valeur absolue : $\boxed{\text{TMS}_{xy} = \left\| \frac{dy}{dx} \right\|}$

Un TMS_{xy} = (-) dY/dX = 2 signifie qu'au point de la courbe où est effectué le calcul de la pente, une augmentation infinitésimale de X nécessite une diminution de 2 unités de Y, à niveau d'utilité constant. On est prêt à renoncer à 2 unités de Y pour consommer une unité (infinitésimale) de X.

Pour aller plus loin : relations entre TMS et Um

En mathématiques, la dérivée mesure la variation d'un élément (par exemple l'utilité totale UT) par rapport à une quantité infiniment petite (on dit « tend vers 0 ») d'un autre élément (par exemple le bien X).

L'utilité totale en fonction de X, soit la fonction UT(X), a donc une dérivée notée UT'(X) = dUT / dX

Lorsqu'il y a plusieurs variables différentes (par exemple X et Y), on utilise le concept de dérivée partielle qui correspond à la dérivée par rapport à l'une de ses variables, les autres étant gardées constantes.

Ainsi pour la fonction UT (X ; Y) on a $UT'(X) = \frac{\partial UT}{\partial X}$ et $UT'(Y) = \frac{\partial UT}{\partial Y}$

Or $\frac{\partial UT}{\partial X}$ est le calcul de Um(X) donc $UT'(X) = Um(X) = \frac{\partial UT}{\partial X}$

Et $\frac{\partial UT}{\partial Y}$ est le calcul de Um(Y) donc $UT'(Y) = Um(Y) = \frac{\partial UT}{\partial Y}$

Lorsqu'on multiplie l'utilité marginale de X, notée Um(X), par la variation de X, notée dX, on obtient la variation de l'utilité totale correspondante à cette évolution des quantités de X. De même, lorsqu'on multiplie l'utilité marginale de Y, notée Um(Y), par la variation de Y, notée dY, on obtient la variation de l'utilité totale correspondante à cette évolution des quantités de Y.

Or sur une courbe d'indifférence, la variation de l'utilité totale, notée dU, est nulle.

On obtient alors l'équation : $dU = Um(X) \cdot dX + Um(Y) \cdot dY = 0$

Donc : $Um(X) \cdot dX + Um(Y) \cdot dY = 0$
 $Um(X) \cdot dX = - Um(Y) \cdot dY$

$$Um(X) \cdot 1/Um(Y) = - dY \cdot 1/dX$$

$$Um(X)/Um(Y) = - dY/dX$$

$$\text{Or } -dY/dX = TMS_{xy} \text{ (ou } TMS_{y/x})$$

$$\text{Donc } \boxed{TMS_{xy} = Um(X) / Um(Y) = - dY/dX}$$

D) LA CONTRAINTE BUDGETAIRE

Jusqu'à présent, nous avons présenté les mécanismes de décisions du consommateur à partir de critères purement individuels, notamment l'utilité relative aux biens et leurs préférences. Dans un monde idéal, le consommateur cherchera à maximiser sa satisfaction par rapport à ces seuls critères subjectifs. Malheureusement, dans un monde réel, le consommateur est confronté à un certain nombre de contraintes qui vont l'amener à faire des choix.

Parmi ces contraintes, les principales sont le **revenu** (fixé sur le marché du travail) et le **prix** des biens (fixés sur les marchés de biens). Ces éléments sont indépendants du consommateur, ils sont extérieurs à sa personne : en économie on dira que ce sont des **variables exogènes**.

On notera ainsi (R) le revenu du consommateur et (Px ou Py) le prix du bien X et celui de Y.

La **contrainte budgétaire** est donc la théorie qui va s'intéresser aux choix du consommateur en fonction de ces contraintes que sont le revenu et les prix. Dans cette théorie, on suppose que le consommateur, en fonction de son revenu (ou budget) va toujours chercher à maximiser sa satisfaction, tout en prenant aussi en compte le prix des biens. On prend donc pour hypothèse que le consommateur dépense tout son revenu (donc que son épargne est nulle).

On aura donc l'égalité suivante : $R = P_x \cdot X + P_y \cdot Y$

Avec X et Y = les quantités consommées du bien X et Y

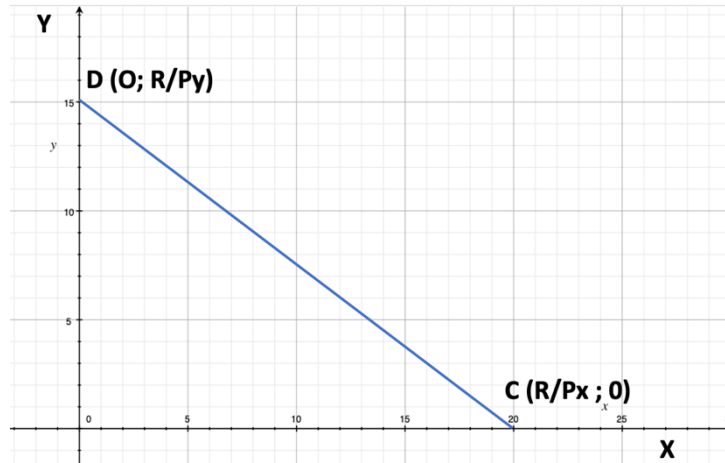
On suppose que le revenu (R) est égale aux dépenses ($P_x \cdot X + P_y \cdot Y$)

La contrainte budgétaire peut être représentée par une droite qui représentera alors l'ensemble des combinaisons entre X et Y que peut acheter l'individu compte tenu de son budget : c'est la **droite budgétaire**. Elle permet de savoir comment évolue la consommation de Y en fonction de celle de X.

Pour trouver l'équation de cette droite qui sera de type $y=ax+b$, on va utiliser les deux extrêmes :

- Si l'individu ne consomme aucun bien Y ($Y=0$), alors le revenu est totalement dépensé en biens X et la quantité correspondante est égale à R/P_x . Ce sera le panier C avec comme coordonnées ($R/P_x ; 0$)

- Si au contraire l'individu ne consomme aucun bien X ($X=0$) : alors le revenu est totalement dépensé en biens Y, on trouvera la quantité en divisant le revenu par le prix de Y (R/P_y). Ce sera le panier D avec comme coordonnées $(0 ; R/P_y)$.



La droite qui relie les situations extrêmes correspond à la **droite budgétaire**.

Tous les paniers figurant sur ou sous la droite de budget peuvent être achetés par le consommateur (en microéconomie on appelle parfois cela « *l'ensemble des possibles* »).

Les paniers le plus sur la droite seront toutefois préférés car ils utilisent la totalité du budget.

On voit que la droite budgétaire est du type $Y=AX+B$.

Nous allons utiliser la contrainte budgétaire pour trouver l'équation de cette droite :

$$R = P_x \cdot X + P_y \cdot Y \Leftrightarrow R - P_x \cdot X = P_y \cdot Y \Leftrightarrow R/P_y - P_x/P_y \cdot X = Y$$

Donc l'équation de la droite budgétaire est $y = - \frac{P_x}{P_y} \cdot X + \frac{R}{P_y}$

Le coefficient directeur de la droite, $A = - P_x/P_y$

L'ordonnée à l'origine $B = R/P_y$

Note : On pouvait aussi utiliser les coordonnées des paniers C et D pour trouver l'équation de la droite de budget :

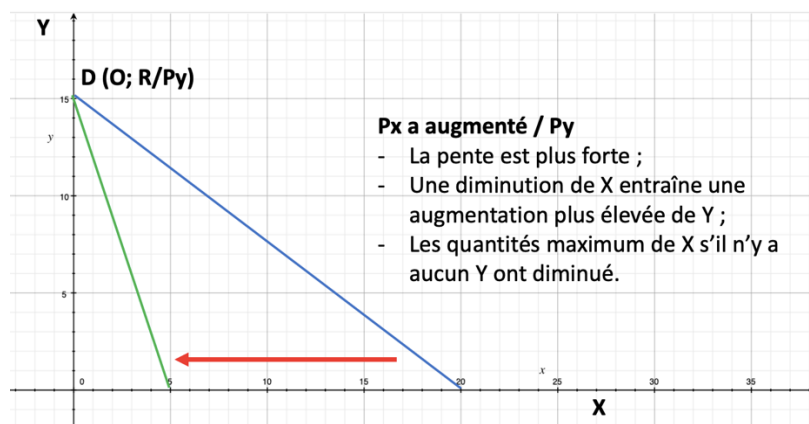
Sur le panier D $(0 ; R/P_y)$ on a $R/P_y = A \cdot 0 + B \Leftrightarrow B = R/P_y$

Sur le panier C $(R/P_x ; 0)$ on a donc $0 = A \cdot R/P_x + R/P_y$
 $\Leftrightarrow - R/P_y = A \cdot R/P_x \Leftrightarrow - R/P_y / R/P_x = A = - P_x / P_y$

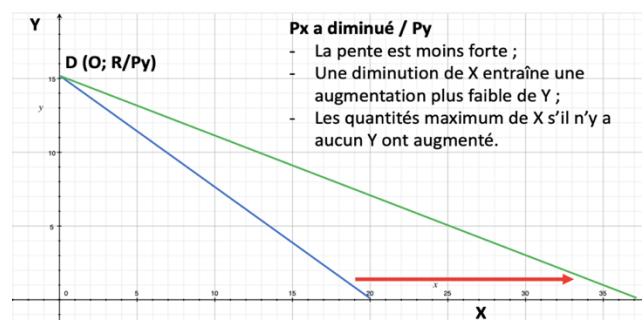
La droite budgétaire indique comment évolue la consommation de X par rapport à celle de Y. Le rythme de cette variation dépendra alors de la **pente de la droite**, c'est-à-dire de la valeur du coefficient directeur ($A = - P_x / P_y$).

L'interprétation de cette pente donne des informations précieuses sur les variations en X et Y. La pente ($A = -P_x/P_y$) dépendra des valeurs respectives des prix des biens X et Y.

- Mathématiquement, plus P_x est supérieur à P_y , plus le coefficient directeur donc la pente sera forte : une augmentation de X entraînera une diminution forte de Y et inversement. De plus, à budget constant les quantités maximum de biens X diminueront.



- Plus P_x sera inférieur à P_y , plus le coefficient directeur donc la pente sera faible : une augmentation de X entraînera une diminution faible de Y. De plus, à budget constant les quantités maximum de X augmenteront.



- Si X est gratuit ($P_x = 0$), le revenu est totalement utilisé par Y et peu importe l'augmentation de quantités X, celles de Y restent constantes (la droite budgétaire est horizontale).
- Autre constatation à faire : lorsque le budget diminue (ou augmente), la droite budgétaire se déplacera vers la gauche (ou la droite).